

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO – IFSP
CAMPUS GUARULHOS**

AUTORES

VICTOR DA SILVA PINHEIRO

ORIENTADORES

WILLIAM VIEIRA

ROBERTO SEIDI IMAFUKU

**ANÁLISE DA INTERAÇÃO DE ASPECTOS FORMAIS, ALGORITMICOS E
INTUITIVOS EM QUESTÕES QUE ENVOLVEM O CÁLCULO COM FRAÇÕES**

SÃO PAULO

2024

Resumo

Neste artigo, apresentamos uma análise da resolução de uma questão envolvendo cálculo com frações apresentadas por ingressantes no Ensino Médio federal. O objetivo foi identificar os conhecimentos, dificuldades e erros apresentados pelos participantes sobre o conceito e operações envolvendo frações. Para isso, realizamos uma análise de resoluções apresentadas por alguns dos participantes. A interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais é o referencial teórico adotado nas análises. A análise das respostas indicou que, embora os estudantes possuam bons conhecimentos relacionados ao uso de porcentagem e resolução de equações, demonstraram dificuldades no uso do cálculo de fração de uma quantidade e com a relação parte-todo.

Palavras-chave: Frações; Ensino Médio; Dificuldades de Aprendizagem; Interação de aspectos.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), estabelecida no ano de 2018, no sexto ano do ensino fundamental os alunos devem começar a estudar o conjunto dos números racionais. Dessa forma, eles começam a ter os primeiros contatos com as frações, um conteúdo complexo, porém de grande utilidade em nosso cotidiano.

À medida que eles avançam na escola, alguns conteúdos começam a ficar cada vez mais complicados e assim começam a surgir alguns problemas relacionados à aprendizagem dos estudantes. Essa perspectiva é colocada por vários pesquisadores que abordam esse tema, e procuram entender o motivo de existir tanta dificuldade ao se aprender frações. Por exemplo Carvalho et al. (2021), que realizou uma pesquisa diagnóstica com alunos do primeiro ano do ensino médio e concluiu que uma questão que envolve números racionais apresentou o menor índice de acertos dentre um questionário com diversos assuntos do Ensino Fundamental.

Nascimento (2022) realizou um estudo com alunos do ensino fundamental em uma escola pública da Paraíba, no qual, por meio de questionários, evidenciou que existem dificuldades e erros no trabalho com o cálculo de fração de uma quantidade e relação parte-todo.

Por fim, outra pesquisadora que realizou estudos com alunos do 6º ano do ensino fundamental é Silva (2023), a ideia central da sua pesquisa era encontrar formas de melhorar o

aprendizado das frações, e assim aplicou jogos e atividades que envolviam os números racionais. Com isso, percebeu que existem grandes dificuldades de aprendizagem quando se trata de frações, concluindo que as maneiras como são inseridas essas questões aos estudantes, pode ser um problema e que os docentes precisam encontrar meios de transmitir conhecimento da melhor maneira possível.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O trabalho foi embasado nos estudos de Fischbein (1994), um pesquisador que viveu entre 1920 e 1998. Ele estudava a educação e seus valores, teve grande participação no desenvolvimento de pesquisas do aprendizado humano. Conseguiu desenvolver métodos de estudo que buscam facilitar o trabalho dos professores em transferir conhecimento para os seus alunos e favorecer a aprendizagem. Fischbein defendia que o professor precisa relacionar alguns aspectos, para assim, conseguir ter um desenvolvimento positivo em relação à matemática. Esses aspectos são conhecidos como aspectos formais, algorítmicos e intuitivos.

Segundo Fischbein, o aspecto formal diz respeito à matemática apresentada por meio de suas definições, axiomas e teoremas. Podemos dizer que esse aspecto seria a teoria do conteúdo estudado, basicamente as definições e teoremas que foram descobertas e provadas no intuito de resolver problemas.

Os aspectos algorítmicos são as técnicas e procedimentos de resolução de problemas, é a forma como utilizamos métodos para resolver um problema.

Por fim, o aspecto intuitivo diz respeito à ideias que um aluno pode ter sobre o que ele pode fazer para resolver um problema, é como se ele tivesse a ideia de usar algo que já conhece ou aprendeu, para resolver um problema.

Fischbein (1994) nos mostra a importância da interação desses três aspectos quando falamos do processo de aprendizado da matemática. Segundo ele, trabalhar os aspectos de forma integrada favorece o estabelecimento de relações e de significados entre os conceitos, as técnicas de resolução e as ideias relacionadas a um certo tema da Matemática. Neste artigo, analisamos as respostas apresentadas por alguns estudantes para uma questão envolvendo o cálculo com frações segundo as ideias de Fischbein.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

No início do ano letivo de 2024, uma avaliação diagnóstica foi aplicada para os estudantes do primeiro ano do Ensino Médio que ingressaram em uma instituição federal de ensino de Guarulhos. A intenção foi verificar os principais erros e dificuldades que os

acompanhavam em relação a matemática, para analisar os conhecimentos adquiridos por esses alunos nos anos anteriores das suas vidas escolares. Dessa forma, a intenção foi de que eles fizessem a atividade sem consultas, utilizando apenas as suas ideias e conhecimentos.

Estavam presentes nessa atividade 11 questões que contavam com diversos problemas matemáticos envolvendo: teorema de Pitágoras, semelhanças de triângulos, frações, geometria, equações e sistemas de equações do primeiro grau. Foi solicitado que os alunos respondessem esse questionário e colocassem suas justificativas, para assim pudéssemos identificar os principais acertos, erros e dúvidas de cada ingressante.

Os estudantes tiveram 1 hora e 40 minutos para realizar essa tarefa. Os responsáveis assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e os participantes assinaram o Termo de Assentimento de participação na pesquisa. Nas respostas utilizadas, os participantes são tratados de forma a preservar suas identidades, sendo assim os nomes inseridos no trabalho são fictícios.

Utilizaremos as repostas de dois participantes em um problema que requer um conhecimento sobre o cálculo de fração de uma quantidade e a indicação da fração de uma quantidade em relação ao todo (relação parte-todo), como destacado na Figura 1. A fim de analisar a existência ou não da interação de aspectos formais, algorítmicos e intuitivos desses participantes, a fim de entender as principais dificuldades e a origem dos erros nas respostas apresentadas.

Figura 1. Questão proposta.

2. Os 30 estudantes do 6º ano A elegeram seu presidente da turma. Os candidatos que concorreram foram Júlio e Anderson. Sabendo que Júlio recebeu $\frac{2}{5}$ dos votos da turma, que 5 alunos votaram em branco e que Anderson recebeu os demais votos, responda:

a) Quantos votos Anderson recebeu?

b) Que fração representa a quantidade de votos recebida por Anderson?

Fonte: Elaborado pelos autores

No item a, era esperado que os participantes da pesquisa tivessem um certo domínio do conhecimento formal e algorítmico relacionado ao cálculo de frações de uma quantidade. E então, utilizassem do aspecto intuitivo para responder corretamente essa pergunta,

considerando isso a ideia era que eles calculassem $\frac{2}{5}$ de 30, que representam os votos de Júlio. Uma maneira possível para isso seria multiplicar 2 por 30 e depois dividir por 5, chegando ao valor 12. Em seguida, deve-se somar a quantidade de 5 votos nulos, obtendo 17 e por fim subtrair de 30, que representa o total de pessoas que votaram em Anderson, que recebeu 13 votos.

No item b é necessário conhecer os aspectos formais e algorítmicos da representação da fração de uma quantidade, a relação parte de um todo. A conclusão é a quantidade de votos que Anderson teve sobre o total de votos, indicada por $\frac{13}{30}$.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Em sua resposta para o item a (Figura 2), João demonstra bons conhecimentos relacionados a aspectos algorítmicos e formais da conversão de uma fração em número decimal e deste para porcentagem. De fato, ele teve a ideia de dividir 2 por 5, obtendo 0,4 e concluiu que isso era igual a 40%. Além disso, indica conhecer aspectos algorítmico-formais do cálculo de porcentagens de uma quantidade, ao multiplicar 40 por 30, chegando a 1200, e colocando uma vírgula antes dos dois zeros por conta da divisão por 100, obtendo 12, quantidade de votos de Júlio.

Figura 2. Resposta de João

2. Os 30 estudantes do 6º ano A elegeram seu presidente da turma. Os candidatos que concorreram foram Júlio e Anderson. Sabendo que Júlio recebeu $\frac{2}{5}$ dos votos da turma, que 5 alunos votaram em branco e que Anderson recebeu os demais votos, responda:

a) Quantos votos Anderson recebeu?

1º $\frac{2}{5} = \frac{20}{50} = 0,4$
 $\cdot 0,4 = 40\%$

2º $\frac{30}{100} \times 40 = 12$

3º $30 - 12 = 18$

4º $18 - 5 = 13$

5º $\frac{13}{30}$

b) Que fração representa a quantidade de votos recebida por Anderson?

1º $\frac{13}{30}$

2º $\frac{13}{30}$

3º $\frac{13}{30}$

4º $\frac{13}{30}$

5º $\frac{13}{30}$

Em seguida, João subtrai 12 de 30, chegando ao resultado de 18, e subtraiu os 5 votos nulos, obtendo assim os 13 votos que Anderson recebeu. Em sua resposta, o estudante indica bons conhecimentos da conversão de frações e do cálculo de porcentagens, perspectiva desejada para um ingressante no Ensino Médio.

No item b, João indica compreender a ideia de parte de um todo, quando indica os $\frac{13}{30}$, que representa a fração de votos obtida por Anderson. No entanto, o estudante parece não estar totalmente convencido desta resposta, pois realiza três outros cálculos neste item (Figura 2). De fato, ele usa uma regra de 3 para obter o percentual a que 13 corresponde do total, nos cálculos indicados nos 3º e 4º passos indicados por ele, obtendo 43,3..., não indicados com o símbolo de porcentagem. Há ainda um 5º passo, no qual ele indica a fração desejada e duas multiplicações de 13 por 2 e por 3. No entanto, não fica claro o propósito destes cálculos para a solução que ele pensou para o problema.

De todo modo, a resposta de João indica que ele tem bons conhecimentos de aspectos algorítmicos e formais relacionado à conversão de uma quantidade em porcentagem. Porém, as respostas apresentadas revelam que os conhecimentos de João sobre o cálculo de frações está marcado pela conversão destas em porcentagens, indicando aspectos intuitivos de seu pensamento nestes assuntos.

Evidentemente, não há problema nas soluções adotadas pelo estudante, contudo a identificação desses aspectos intuitivos que marcam as estratégias empregadas podem indicar que ele precise ser novamente apresentado para outras possibilidades do cálculo de frações de uma quantidade.

A resposta apresentada por João corrobora, ainda, como o olhar para a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais dos diversos conceitos e ideias matemáticas pode colaborar na interpretação de conteúdos que os estudantes possam ter dificuldades, mesmo quando estes têm bons conhecimentos sobre certos tópicos de Matemática.

Analisando a resposta dada por Maria, podemos observar que ela possui bons conhecimentos de aspectos formais e algorítmicos relacionados ao cálculo de fração de uma quantidade, conforme destacado no item a (Figura 3). Ela ainda revela bons aspectos intuitivos da interpretação do problema, pois apresenta uma resposta sucinta, direta e organizada para o item a da questão.

Figura 3. Resposta de Maria

2. Os 30 estudantes do 6º ano A elegeram seu presidente da turma. Os candidatos que concorreram foram Júlio e Anderson. Sabendo que Júlio recebeu $\frac{2}{5}$ dos votos da turma, que 5 alunos votaram em branco e que Anderson recebeu os demais votos, responda:

a) Quantos votos Anderson recebeu?

$$\frac{2}{5} \cdot 30 = 12 \text{ alunos (Júlio)}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 10 \overline{) 60} \\ 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 5 \\ \hline 17 \end{array}$$

230
- 17
13 alunos
votaram em
Anderson

b) Que fração representa a quantidade de votos recebida por Anderson?

$$x \cdot 30 = 13$$

$$x = 13 : 30$$

$$x \approx 0,43$$

(não sei)

Fonte: Dados da pesquisa

No item b, por outro lado, Maria revela dificuldades com aspectos algorítmico-formais relacionados à relação parte todo. De fato, embora ela tenha elaborado uma equação que lhe permite calcular que 13 representa aproximadamente 0,43 de 30, essa resposta não parece fazer sentido para ela, que registra “não sei” neste item (Figura 3).

O equacionamento do problema, a resolução da equação e o cálculo da divisão de 13 por 30 revelam bons conhecimentos, por parte da estudante, de aspectos algorítmicos e formais relacionados a estes temas. Por outro lado, também evidenciam dificuldades com aspectos intuitivos e formais associados à ideia de representação de uma fração como relação parte-todo. Nesse sentido, o olhar para a interação de aspectos se mostra uma poderosa estratégia para o professor, pois lhe permite não só identificar as dificuldades de um estudante com um certo tipo de assunto, mas também valorizar conhecimentos corretos apresentados por ele.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o desenvolvimento do trabalho foi possível observar que mesmo os estudantes obtendo as respostas corretas, se faz necessário analisarmos os caminhos que levaram a essas respostas. Assim, podemos estruturar hipóteses que facilitam o entendimento das principais dificuldades e erros de cada estudante, para que possamos agir de maneira mais eficaz ao tentar solucionar essas dificuldades. Além disso, as análises nos permitiram observar os conhecimentos que estes estudantes têm sobre diversos temas, e como eles estão articulados com os conhecimentos que pretendemos analisar na questão proposta.

Vimos métodos e técnicas que evidenciam que os estudantes têm um bom conhecimento dos aspetos formais de algumas áreas da matemática, pois, mesmo tendo utilizado estratégias não previstas por nós originalmente, puderam, em alguns casos, resolver o problema proposto. De todo modo, as soluções analisadas também revelaram que, para estes estudantes, existem alguma defasagem ou dificuldade associada aos conceitos de fração de uma quantidade e da fração enquanto representação da relação parte todo.

Os estudos aqui presentes corroboram com as conclusões de Carvalho et al. (2021), Nascimento (2022) e Silva (2023) evidenciando que existem dificuldades de aprendizagem quando tratamos sobre as frações.

Por fim, reiteramos a perspectiva defendida ao longo das análises, de que um olhar para interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais colocados por Fischbein (1994) pode ser uma poderosa ferramenta para ajudar a identificar as dificuldades e os conhecimentos dos estudantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CARVALHO, A. B.; GUIMARÃES, R. C. C.; VIEIRA, W.; PEREIRA, E. F. M.; IMAFUKU, R. S. **Sobre dificuldades de ingressantes no ensino médio na compreensão de números racionais**. ForScience, Formiga, v. 9, n. 1, e00878, jan./jun. 2021. DOI: 10.29069/forscience.2021v9n1.e878.

FISCHBEIN, E. **The interaction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity**. In: BIEHLER, R. et al. (Org.) Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1994. p. 328-375.

NASCIMENTO, R. F. **Ensino e aprendizagem de frações: um olhar investigativo para As dificuldades dos discentes do 6º ano do ensino fundamental**. Um estudo com alunos do ensino fundamental. Paraíba: 2022

SILVA, J. G. **O conceito de fração e seus diferentes significados: uma Sequência didática para o ensino de frações no 6º ano do Ensino fundamental**. Um estudo com alunos do ensino fundamental. Alagoas: 2023