



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO
CAMPUS GUARULHOS

AUTORES

CÍCERO ANTÔNIO ALENCAR

WILLIAM VIEIRA

ROBERTO SEIDI IMAFUKU

ORIENTADOR

WILLIAM VIEIRA

COORIENTADOR

ROBERTO SEIDI IMAFUKU

ENSINO DE GEOMETRIA COM AUXÍLIO DA REALIDADE AUMENTADA

GUARULHOS

2024

ENSINO DE GEOMETRIA COM AUXÍLIO DA REALIDADE AUMENTADA
IFSP – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo -
Campus Guarulhos.

Cícero Antônio Alencar¹

William Vieira²

Roberto Seidi Imafuku³

ENSINO DE GEOMETRIA COM AUXÍLIO DA REALIDADE AUMENTADA

Resumo: Neste artigo, apresenta-se os resultados de uma pesquisa que buscou investigar as potencialidades que a Realidade Aumentada tem a oferecer a licenciandos de matemática para serem usadas no estudo de Geometria Espacial. Para tal, foram realizados dois minicursos, com três horas de duração cada, para 24 licenciandos em Matemática de uma instituição pública de ensino, sendo 18 no período matutino e 6 no noturno. Os Três Mundos da Matemática são as ideias teóricas que embasam a análise das produções dos participantes. Os resultados obtidos evidenciam a dificuldade que os estudantes têm em lidar com o mundo simbólico-formal, assim também como existe uma lacuna formada pelas restrições da tecnologia devido aos requisitos para sua utilização, que faz com que a ferramenta não seja de utilização democrática, pois nem todos os aparelhos celulares são compatíveis com tal tecnologia.

Palavras-chave: Os Três Mundos da Matemática. GeoGebraAR. Realidade Aumentada.

TEACHING GEOMETRY WITH THE HELP OF AUGMENTED REALITY

Abstract: This article presents the results of a research study that aimed to investigate the potential that Augmented Reality offers to mathematics undergraduate students for use in the study of Spatial Geometry. For this purpose, two short courses were conducted, each lasting three hours, for 24 mathematics undergraduate students from a public educational institution, 18 in the morning session and 6 in the evening session. The Three Worlds of Mathematics are the

1 Bolsista PIBIFSP e Licenciando em Matemática pelo Instituto Federal de São Paulo - IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Maria Antonieta de Campos Arruda, 201, Jardim Angélica, Guarulhos, São Paulo, Brasil, CEP: 07260-500. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0007-9794-5869>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4976692024383850>. E-mail: cicero.alencar@aluno.ifsp.edu.br.

2 Doutor em Educação Matemática – UNIAN-SP. Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN do Instituto Federal de São Paulo – IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil. Av. Salgado Filho, 3501 – Vila Rio de Janeiro, Guarulhos - SP, 07115-000. E-mail: wvieira@ifsp.edu.br. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-5592-891X>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6106510148543215>. E-mail: wvieira@ifsp.edu.br.

3 Doutor em Educação Matemática – UNIAN-SP. Docente e pesquisador do Centro de Pesquisa e Inovação em Educação Matemática e Formação de Professores – CEPIN do Instituto Federal de São Paulo – IFSP campus Guarulhos, Guarulhos, SP, Brasil. Av. Salgado Filho, 3501 – Vila Rio de Janeiro, Guarulhos - SP, 07115-000. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-4047-9533>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7926295090638853>. E-mail: roberto.imafuku@ifsp.edu.br.

theoretical framework that underpins the analysis of the participants' work. The results obtained highlight the difficulty students have in dealing with the symbolic-formal world, as well as a gap formed by the technological constraints due to the requirements for its use, which prevents the tool from being used democratically, as not all mobile devices are compatible with this technology.

Keywords: The Three Worlds of Mathematics. GeoGebraAR. Augmented Reality.

1. INTRODUÇÃO

Vivemos na era da informática, e tudo é informação: sons, cores, sabores, odores, sensações e percepção. E, portanto, para viver em um mundo onde somos bombardeados de informações a todo instante é necessário evoluir para absorver uma gama de conhecimento tão grande. Neste sentido, a educação também segue esse ritmo, abrindo espaço para que novas tecnologias adentrem às escolas para serem utilizadas em sala de aula, a fim de melhorar a qualidade do ensino.

Em um ambiente onde tudo está conectado, se faz necessário sempre buscar novas ferramentas para melhorar a qualidade do ensino da matemática.

A fim de possibilitar melhorias no ensino dos sólidos geométricos, Oliveira (2021) fez uma pesquisa em nível exploratório para a qual elaborou uma proposta didática com atividades em que buscou explorar possibilidades do aplicativo GeoGebraAR (Realidade Aumentada) para o ensino da Geometria Espacial. As atividades foram aplicadas para os acadêmicos do segundo ano de um curso de licenciatura em matemática. Após realizados os encontros, aplicadas as atividades e feita a coleta e a análise de dados, o autor concluiu que o aplicativo auxiliou os alunos na visualização de sólidos geométricos tridimensionais, facilitando-lhes a percepção de características que poderiam passar despercebidas em uma representação bidimensional.

Lima (2021), fez uma pesquisa com o objetivo de apresentar um referencial didático para ser usado por professores do Ensino Médio sobre como utilizar a Realidade Aumentada através do software Geogebra através de atividades envolvendo Prismas, tais como a criação do objeto, a sua planificação, o cálculo de sua diagonal, cálculo do seu volume e o cálculo de sua área. Para validar sua pesquisa experimental uma das metodologias utilizadas no seu trabalho consistiu em fazer uma busca literária no sentido de compreender o papel das TDIC's na Geometria para a formação do jovem e sua inserção no mundo do trabalho, porém essa busca se deparou com um

referencial teórico-prático escasso evidenciando necessidade de aprofundamento sobre o assunto, o que tornou a sua pesquisa um referencial de relevância para aplicação nas aulas de Geometria.

Soares, Santana, Santos (2021) realizaram uma pesquisa exploratória de natureza qualitativa aplicada numa turma do Curso de Pedagogia da Universidade Federal do Ceará (UFC), 5º semestre no ano de 2021.2. com o objetivo de Apresentar a Realidade Aumentada (RA) como estratégia pedagógica para a aprendizagem de Geometria Espacial com o uso do software GeoGebra, mediada pela Sequência Fedathi (SF). Foram realizadas duas oficinas para validação de uma Sessão Didática (SD) através da coleta de dados das atividades propostas. Os dados evidenciaram que a RA favorece os processos de ensino e de aprendizagem de Geometria Espacial, engajando os estudantes no processo educativo, e a SF contribuiu para uma melhora na postura do professor, já que foi um dos pontos relatados pelos estudantes, “a postura e a didática” do professor, a forma com mediou as atividades propostas contribuíram positivamente para a aprendizagem na sala de aula virtual.

Apesar de o tema ter ganho projeção na década atual, o número de trabalhos sobre RA ainda é baixo, como apontam Souza, Jucá (2023). Segundo dados levantados pelos autores em uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), apenas 15 pesquisas foram feitas e publicadas entre 2012 e 2022, tendo como base o Portal de Periódicos CAPES, Google Acadêmico e Plataforma Scielo.

Apesar de escassas, as pesquisas publicadas evidenciam a relevância do uso dessa nova tecnologia em sala de aula para o ensino da matemática, no tocante à Geometria Espacial. Por isso, neste artigo, buscamos explorar as potencialidades que a Realidade Aumentada tem a oferecer a licenciandos de matemática para serem usadas no estudo de Geometria Espacial.

2. REFERENCIAL TEÓRICO E OBJETIVOS

De acordo com a teoria desenvolvida por David Tall (2013) o pensamento matemático de um indivíduo se desenvolve ao longo de sua vida. Em sua teoria Tall afirma que o pensamento matemático apropria-se da compreensão de estruturas matemáticas através de conceitos que estão conectados e combinados à estrutura do conhecimento, ligando a conceitos que se tornam claros e atuais possuindo uma estrutura matemática.

O autor defende que Os Três Mundos da Matemática se classificam como:

- O Mundo Conceitual Corporificado que é relativo à percepção que temos sobre os objetos matemáticos e como interagimos com eles formando imagens que são desenvolvidas mentalmente por um processo de abstração, sendo verbalizadas de forma cada vez mais sofisticadas tornando-se entidades mentais do objeto matemático.
- O Mundo Operacional Simbólico no qual efetuamos ações sobre objetos do Mundo Corporificado em que encontramos os símbolos matemáticos, que são utilizados para representar as ações pretendidas sobre objetos e/ou realizar cálculos matemáticos.
- O Mundo Axiomático Formal onde é construído o conhecimento formal, por meio de sistemas axiomáticos, de acordo com a Teoria dos Conjuntos, isto é, por meio de axiomas, definições e teoremas, aplicando a linguagem matemática propriamente dita, de forma que as propriedades de um objeto matemático são deduzidas a partir de demonstrações matemáticas.

O foco deste trabalho é analisar, baseado nos Três Mundos da Matemática (TALL, 2013), quais são as contribuições que a Realidade Aumentada, através das atividades propostas nos minicursos, ao ser manipulada em sala de aula na construção de objetos 3D para a criação e formação de conjecturas.

3. METODOLOGIA

Buscando atingir nosso objetivo, realizamos dois minicursos presenciais, com três horas de duração cada, para 24 licenciandos em Matemática de uma instituição pública de ensino, sendo 18 no período matutino e 6 no noturno. Nos minicursos, foram apresentadas funcionalidades básicas do GeoGebra AR e os pré-requisitos necessários para que a ferramenta funcionasse nos celulares dos participantes, haja visto que nem todo aparelho é compatível com essa tecnologia. Em seguida, os estudantes formaram grupos para a realização das atividades de investigação propostas.

Inicialmente fez-se uma exposição do GeoGebra AR, onde explicitou-se como identificar e baixar o aplicativo GeoGebra Suíte na loja de Apps, além do aplicativo para gravação da tela de celular AZ Screen Record.

Foi explicado também como identificar e manipular os eixos coordenados e como exibir e esconder o plano xyz.

Após os participantes serem instruídos a manusear a ferramenta objeto da pesquisa e realizar a atividade proposta, responderam a questionários que avaliavam a ferramenta, a importância e o impacto do seu uso em sala de aula. Por fim, solicitou-se aos estudantes que realizassem o envio do arquivo com a gravação de tela das tarefas.

As atividades propostas foram disponibilizadas em um arquivo num drive (via QR Code) para que os estudantes baixassem e acessassem em seus celulares, bem como formulários online e questionários impressos. Os estudantes receberam cada um uma ficha com instruções para a construção a ser realizada e as questões a serem respondidas.

A seguir apresentamos as análises realizadas das respostas para uma questão dos seis estudantes que participaram do minicurso no período noturno.

4. DESENVOLVIMENTO

Nesta sessão, analisamos as respostas dos seis licenciandos que participaram do minicurso noturno para uma questão de Geometria usando a RA (Questão 1) e discutirmos, com base Nos Três Mundos da Matemática (Tall, 2013), às resoluções da questão 1 da atividade 1, que pedia para classificar algumas figuras em planas e não-planas, e justificar.

Figura 1- Questões da atividade 1

- 1) Nas imagens projetadas, classifique as figuras em planas e não planas. Justifique suas escolhas.
- 2) Quais das figuras projetadas são poliedros e quais não são? Justifique sua resposta.
- 3) De acordo com seus conhecimentos, diga o que você entende por poliedro. (Por favor **NÃO** faça pesquisas, escreva as ideias que você têm no momento).
- 4) Como você classifica os demais sólidos (os não poliedros)? Justifique sua resposta.

Fonte: Dos Autores (2024)

Sendo assim, conforme demonstrado na tabela 1 todos os participantes acertaram quais figuras eram planas, o que indica que esses estudantes apresentam características corporificadas-formais, por meio da percepção das características de tais figuras.

Com relação às justificativas do porquê dessas figuras serem planas, apenas um estudante não respondeu. Os outros cinco responderam, porém um deles inverteu a resposta (usou a explicação de uma figura plana para uma não-plana, e vice-versa), o que evidencia que esse

estudante não desenvolveu os conhecimentos formais de figuras planas. Já os outros quatro restantes responderam dentro do que era esperado, sendo que três mencionaram não ter altura para justificar o fato de serem planas, embora não seja a resposta ideal, apresentam características corporificas-formais de figuras planas; pensando que figuras planas têm altura, como exemplo podemos citar o triângulo, podemos entender que estes estudantes pensaram na altura como o eixo z , e dentro desta perspectiva um estudante respondeu que a coordenada do eixo z era zero, recorrendo a conhecimentos simbólico-formais da Geometria Analítica ao apresentar sua justificativa.

E analisando as justificativas sobre a razão das demais figuras não serem planas, encontramos o menor número de respostas corretas, dois estudantes não responderam, dos outros quatro, um inverteu as respostas (já citado), e dos outros três que responderam dentro de uma expectativa assertiva, apenas um respondeu, com características simbólico-formais, que o eixo z apresentava valor diferente de (0) zero, e portanto não era uma figura plana, já os outros dois utilizaram a expressão ‘existe altura’ como referência para justificar não serem figuras planas.

Figura 1- Respostas à Questão 1 da Atividade 1

Estudantes	Figuras Planas	Figuras Não-Planas
RPC	1 e 4	2, 3, 5, 6, 7 e 8
KHPS	1 e 4	2, 3, 5, 6, 7 e 8
VBC	1 e 4	2, 3, 5, 6, 7 e 8
JVR	1 e 4	Sem Resposta
ICV	1 e 4	2, 3, 5, 6, 7 e 8
JWDGF	1 e 4	2, 3, 5, 6, 7 e 8

Fonte: Dados da Pesquisa (2024)

Figura 2 - Tela de visualização de participante da pesquisa

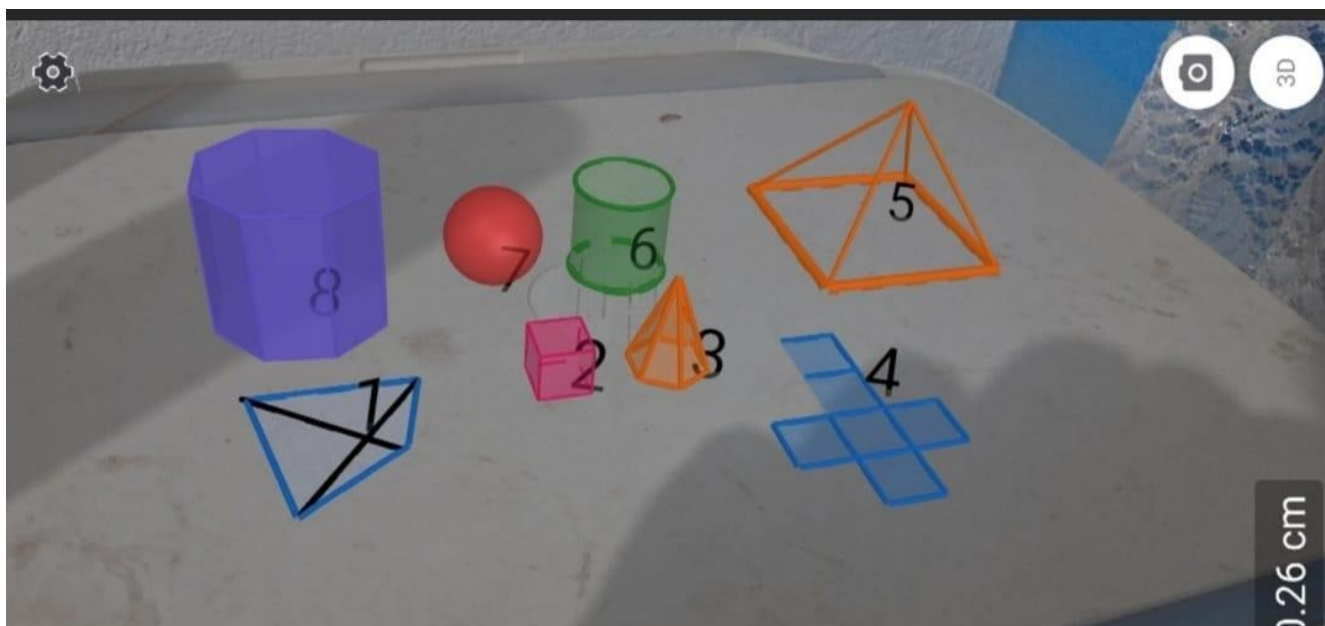


Imagem: Coleta da Pesquisa (2024)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a aplicação das atividades, discutimos com os participantes sobre o minicurso. Perguntamos se eles já tinham ciência da RA, aos que já tinham ciência dessa ferramenta se já a tinham manipulado. Numa breve abordagem sobre suas respostas, ainda que não tivéssemos analisado os dados, mostramos de forma conceitual que algumas respostas dadas oralmente eram equivocadas ou precisavam de formalização, por exemplo: “O objeto não tem altura” - Neste caso o correto a ser respondido é que todos os pontos da figura pertencem ao mesmo plano. “A figura é plana, pois existe o plano XY .” - Aqui os estudantes buscaram justificativas no âmbito da Geometria Analítica e não na Geometria Euclidiana.

Analisando os resultados obtidos ficaram evidenciadas as potencialidades das atividades ao pôr à prova conhecimentos e dificuldades dos participantes sobre elementos de Geometria Plana e Espacial. Na realização da atividade constatou-se uma limitação provocada pelas restrições de uso da tecnologia devido à falta dos requisitos mínimos necessários para o uso da

ferramenta nos celulares dos participantes, o que fez com que a disponibilização da aplicação não fosse democrática, haja visto que nem todos os aparelhos estavam aptos para ela, e, portanto, os estudantes tiveram que formar grupos.

Alguns estudantes conseguiram classificar, de acordo com os seus conhecimentos, as figuras entre planas e espaciais, apresentando características dos Três Mundos da Matemática, contudo as dificuldades em transitar entre esses mundos possibilitaram que dúvidas de natureza conceitual (mundo simbólico-formal) fossem observadas quando os estudantes utilizavam ‘ter, ou não ter altura’ para diferenciar uma figura plana de uma espacial.

Contudo, como destacam SUA e GUTIÉRREZ (2023) mais pesquisas sobre como essa tecnologia pode ser incorporada nesta área da matemática devem ser realizadas.

REFERÊNCIAS

SOARES, F. R.; SANTANA, J. R.; SANTOS, M. J. C. DOS: a realidade aumentada na aprendizagem de geometria espacial e as contribuições da sequência fedathi. RENCIMA – Revista de Ensino de Ciências e Matemática, São Paulo/SP, 2022. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/3537>. Acesso: 18 mai. 2024

OLIVEIRA, O. G. DE: o uso do geogebra 3d com realidade aumentada no ensino de geometria espacial. UEPG – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa/PR, 2021. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/3581>. Acesso: 25 abr. 2024

LIMA, R. M. L.: o uso da realidade aumentada no ensino de prismas: um referencial didático para professores do ensino médio. UNILAB – Universidade da Integração da Lusofonia Afro-Brasileira, Redenção/CE, 2021. Disponível em: <https://repositorio.unilab.edu.br/jspui/handle/123456789/2230?mode=full>. Acesso: 23 mai. 2024

- AGUIAR, J. L. A. DE; IMAFUKU, R. S.; VIEIRA, W.; PEREIRA, E. F. M.: o uso do geogebra classroom na elaboração de conjecturas no estudo de funções trigonométricas; uma investigação com licenciandos em matemática. EM - Revista Educação Matemática INMA/UFMS, Campo Grande/MS, 2022. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/15507>. Acesso: 22 mai. 2024
- SOUZA, L. P.; JUCÁ, S. C. S.: inserção de realidade aumentada no ensino de matemática: uma revisão sistemática de literatura. Revista Contexto & Educação, Ijuí/RS, 2024. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/14831>. Acesso: 20 mai. 2024
- SUA, C.; GUTIÉRREZ, A.: desenho de tarefas com realidade aumentada em geometria: algumas considerações. REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Cuiabá/MT, 2023. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/16865>. Acesso: 19 mai. 2024.
- TALL, D. O. How humans learn to think mathematically: exploring the three worlds of mathematics. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 2013.