



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO
PAULO - CAMPUS GUARULHOS**

AUTORES

Vinícius Silva Manguiera, Graduando em Licenciatura em Matemática, IFSP, discente

ORIENTADORES

William Vieira, Doutor em Educação Matemática, IFSP, docente

Roberto Seidi Imafuku, Doutor em Educação Matemática, IFSP, docente

**A INTERAÇÃO ENTRE OS ASPECTOS INTUITIVOS,
ALGORITMICOS E FORMAIS NA RESOLUÇÃO DE UMA QUESTÃO
SOBRE ANÁLISE GRÁFICA**

**GUARULHOS
2024**

A Interação Entre os Aspectos Intuitivos, Algorítmicos e Formais na Resolução de uma Questão Sobre Análise Gráfica

Resumo

No presente artigo, analisamos as resoluções de uma questão sobre interpretação gráfica, aplicada para estudantes ingressantes do Ensino Médio. O objetivo foi identificar as principais dificuldades dos estudantes em relação a leitura gráfica e ao cálculo de variação. Para isso foi conduzida uma análise acerca das resoluções da questão, tendo a interação de aspectos algorítmicos, intuitivos e formais como referencial teórico. Observou-se que os estudantes possuem dificuldades na identificação das escalas de um gráfico e no cálculo de variação, o que culmina em equívocos nas resoluções.

Palavras-chave: Análise gráfica; Dificuldades; Matemática; Ensino médio.

Abstract

In this article, we analyzed the solutions to a question on graphical interpretation applied to students entering high school. The objective was to identify the main difficulties faced by students regarding graphical reading and variation calculation. To this end, an analysis of the presented solutions was conducted. The interaction among algorithmic, intuitive, and formal aspects served as the theoretical framework for the analysis. The results indicated that students encounter difficulties in identifying the scales of a graph and in calculating variation, which leads to errors in their solutions.

Keywords: Graphic Analysis; Difficulties; Math; High school.

1. INTRODUÇÃO

A importância de se trabalhar com gráficos está presente nos documentos oficiais que norteiam o ensino de Matemática no Brasil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a importância de ser hábil a ler e interpretar as informações contidas num gráfico e a construir gráficos, dado sua forte presença no cotidiano popular e sua utilidade na representação e organização de dados (Brasil, 1997).

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018, o desenvolvimento das habilidades matemáticas exige que os alunos consigam articular diversos aspectos dos conteúdos, com o objetivo de promover o entendimento das ideias fundamentais da matemática, como ordem, variação, proporcionalidade e equivalência.

De acordo com a BNCC, em relação ao ensino de estatística, “a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, sendo essenciais para a comunicação eficaz de dados” (BRASIL, 2017, p. 275). Essa ênfase ressalta a importância de aprender a ler gráficos de forma adequada, pois essa habilidade é crucial para uma compreensão mais profunda das informações contidas nestes.

Santos et al. (2021) apresentam uma classificação dos níveis de domínio na leitura de dados gráficos. Para o contexto deste artigo, destacam-se o primeiro e o segundo níveis. O

primeiro nível refere-se à interpretação literal do gráfico, que inclui a identificação dos eixos e da legenda, sem uma análise mais profunda. No segundo nível, o indivíduo inicia a interpretação e organização das informações apresentadas, comparando quantidades, estabelecendo relações matemáticas como variação e dependência, além de realizar inferências simples com base nos dados disponíveis.

De Siqueira e Beust (2006), evidenciam a importância do estudo da interpretação gráfica visto que o domínio da mesma é um “pré-requisito” para o estudo de funções, dado a relação extremamente próxima entre esses objetos, como o trabalho de variáveis e dependência.

Neste artigo, apresentamos a análise da resolução de uma questão sobre leitura gráfica, interpretação de escala gráfica e taxa de variação presente em um questionário avaliativo diagnóstico. O questionário foi aplicado para 80 estudantes ingressantes do Ensino Médio Técnico, teve duração de 1 hora e 40 minutos e foi realizado de maneira individual na instituição de ensino na qual os participantes estudam. O questionário possui 11 questões envolvendo conteúdos variados do Ensino Fundamental. A interação de aspectos formais, intuitivos e algorítmicos, como definidos por Fischbein, é o referencial teórico adotado para as análises.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para a análise das resoluções, foi utilizado a ideia das interações de aspectos formais, algorítmicos e intuitivos proposta por Fischbein em seu artigo “The interaction between the formal, the algorithmic, and the intuitive components in a mathematical activity” (1994). Este pesquisador defende que quando enxergamos a matemática como uma ação humana, fruto de uma construção cultural e criativa, conseguimos ensinar matemática de uma forma mais integral, isto é, contemplando o desenvolvimento da lógica matemática, a construção de provas e a avaliação das mesmas.

Fischbein traz três aspectos que devem estar intrinsecamente inter-relacionados para que essa perspectiva sobre a matemática e o ensino de matemática seja possível, são eles: os aspectos algorítmicos, os aspectos formais e os aspectos intuitivos.

Os aspectos formais se tratam dos elementos relacionados com a lógica e o pensamento proposicional, como os elementos utilizados nas demonstrações matemáticas, os axiomas, as proposições e as definições. Elementos indispensáveis no processo de criação da matemática, estes dão sentido a uma resolução.

Os aspectos intuitivos contemplam os elementos ligados à intuição, como as resoluções intuitivas e os conceitos intuitivos. Estes atuam como facilitadores do raciocínio e indicam prováveis resoluções. Eles devem estar bem fundamentados em verdades justificadamente lógicas para que se evite equívocos, como, por exemplo, achar que sempre que uma multiplicação for realizada o número aumentará.

Os aspectos algorítmicos estão relacionados com as técnicas e procedimentos adotados em uma resolução. São componentes extremamente importantes, visto que o conhecimento formal sozinho não é o bastante para a conferir a habilidade de resolução de problemas. Fischbein ressalta que, para se ter uma aprendizagem significativa desses elementos é necessário que se mostre o porquê, a justificativa por trás da técnica.

3. MATERIAL E MÉTODOS

No início do ano letivo de 2024, foi elaborado e aplicado um questionário avaliativo com 11 questões para 80 alunos ingressantes do Ensino Médio de uma instituição de ensino público federal, da região metropolitana de São Paulo. O objetivo foi explorar e analisar as possíveis defasagens no aprendizado de matemática, de conteúdos relacionados ao Ensino

Fundamental, dos estudantes. As questões trabalhavam temas como: Análise Gráfica, Taxa de Variação, Operações com Frações, Teorema de Pitágoras, Cálculo de Perímetro, Cálculo de Área, Valor Numérico de uma Função, Porcentagem, Razão e Proporção, Semelhança de Triângulos, Porcentagem, Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo, e Sistema de Equações Polinomiais do Primeiro Grau.

A aplicação do questionário ocorreu durante o horário regular das aulas e foi feita pelo professor regente da turma, no campus onde os participantes estudam. As avaliações foram feitas individualmente, no período de tempo de 1 hora e 40 minutos, sem acesso a consulta externa.

Os participantes assinaram o Termo de Assentimento de participação na pesquisa e, por se tratar de estudantes ingressantes do Ensino Médio, os responsáveis pelos participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Os estudantes são tratados por nomes fictícios.

Neste artigo, analisaremos algumas resoluções desenvolvidas para a questão que envolvia análise gráfica (questão 1). A escolha dessa questão se deu devido ao número considerável de resoluções incorretas e o interesse dos autores em como se dá a interação entre os aspectos formais, intuitivos e algorítmicos dos estudantes nesta questão.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apresentamos, a seguir, a análise didática da questão proposta, o gráfico e o item a foram retirados do SARESP-2008, enquanto o item b é criação nossa, e, em seguida, uma discussão sobre as resoluções de alguns participantes.

Figura 1 – Questão 1 do Questionário Diagnóstico

1. O gráfico a seguir indica o tempo que um forno leva para esfriar depois que é desligado.



- a) Após desligado, em quanto tempo o forno atinge a temperatura de 120°C ?
- b) Qual foi, aproximadamente, a variação de temperatura do forno entre os instantes 20 e 30 minutos?

Fonte: Autores (2024)

Esperávamos que, nessa questão (Figura 1), os estudantes utilizassem a inter-relação de aspectos formais e intuitivos para realizar a análise gráfica de forma correta e obtivessem, então, as informações pertinentes no gráfico (item a) e pudessem calcular a variação de temperatura em um determinado período de tempo (item b).

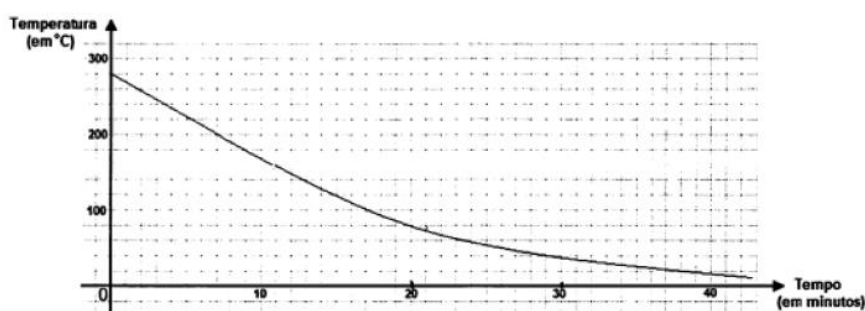
No primeiro item, os estudantes deveriam identificar o 120°C através da escala no eixo “Temperatura (em $^{\circ}\text{C}$)”, advinda da leitura do gráfico. Em seguida, o mesmo deveria seguir a

linha horizontal que passa pelo 120°C até a interseção desta com o gráfico e então projetar o ponto contido nesta interseção no eixo “Tempo (em minutos)”, concluindo assim que o forno atinge a temperatura desejada, no caso 120°C, 15 minutos após o forno ter sido desligado. 33,75% dos participantes acertaram esse item.

No item b, os participantes deveriam calcular a variação de temperatura entre 20 e 30 minutos, para tal deveriam identificar no eixo “Tempo (em minutos)” os instantes 20 e 30 minutos, então deveriam seguir a reta vertical que passava pelos respectivos instantes, ver onde que cada uma dessas retas verticais interseccionava o gráfico, 80°C, no caso do 20 minutos, e 40°C, no caso do 30 minutos, e por fim calcular a variação desse intervalo, chegando a resposta final de que o a temperatura do forno decresceu 40°C no intervalo dado. Apenas 45% dos estudantes acertou esse item.

Figura 2 – Resolução de Paulo para a Questão 1

1. O gráfico a seguir indica o tempo que um forno leva para esfriar depois que é desligado.



a) Após desligado, em quanto tempo o forno atinge a temperatura de 120°C?

$$\begin{array}{r} 300 \quad 40 \\ \times \quad \times \\ \hline 120 \quad \times \\ 300 \times = 4800 \\ x = \frac{4800}{300} = 16 \text{ minutos} \end{array}$$

b) Qual foi, aproximadamente, a variação de temperatura do forno entre os instantes 20 e 30 minutos?

$$\begin{array}{r} 300 \quad 40 \\ \times \quad \times \\ \hline 120 \quad \times \\ 40 \times = 6000 \\ x = \frac{6000}{40} = 150 \end{array} \quad \begin{array}{r} 300 \quad 40 \\ \times \quad \times \\ \hline 120 \quad \times \\ 40 \times = 9000 \\ x = \frac{9000}{40} = 225 \end{array} \quad \begin{array}{r} 150 \\ - 125 \\ \hline 25 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Ao analisar a resolução apresentada por Paulo (Figura 2), observa-se que ele demonstra conhecimento do algoritmo da regra de três. No entanto, há um conflito na inter-relação entre os aspectos algorítmicos, formais e intuitivos, o que resulta em equívocos tanto na resolução em si, uma vez que o uso do algoritmo da regra de três não é apropriado, quanto na escolha dos elementos utilizados nesse algoritmo.

No item a, Paulo relaciona incorretamente o instante de tempo de 40 minutos, referente ao período de tempo que foi decorrido desde que o forno foi desligado, com a temperatura de 300°C, que corresponde a temperatura no instante em que o forno foi desligado (0 minutos). Assim, ele usa o algoritmo com o intuito de determinar em qual instante o forno atinge 120°C, chegando, ao final, à resposta incorreta de 16 minutos.

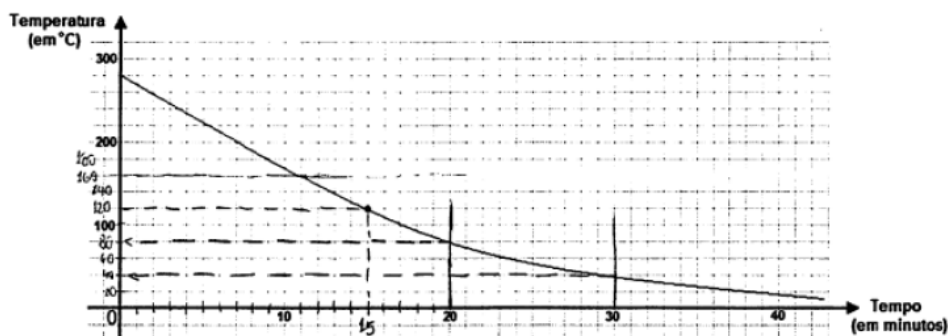
No item b, Paulo aplica uma regra de três mais duas vezes, baseando-se na relação errônea, que o próprio estabeleceu, entre o instante de 40 minutos e a temperatura de 300°C,

visando calcular as temperaturas nos instantes de 20 minutos e 30 minutos, resultando em 150°C e 225°C , respectivamente. Em seguida, utiliza um algoritmo para calcular a variação de temperatura e conclui, de maneira incorreta, que no intervalo de tempo considerado, a temperatura variou aproximadamente 75°C . É relevante destacar que o estudante não evidenciou de que forma a temperatura variou, ou seja, se houve um aumento ou uma diminuição da mesma no intervalo analisado.

As resoluções de Paulo evidenciam uma carência da interação de aspectos intuitivos e formais, visto que ele não consegue extrair corretamente as informações fornecidas pelo gráfico. Além disso, não há uma justificativa clara para a utilização do algoritmo da regra de três nas resoluções de ambos os itens.

Figura 3 – Resolução da Questão 1 do Questionário de André

1. O gráfico a seguir indica o tempo que um forno leva para esfriar depois que é desligado.



a) Após desligado, em quanto tempo o forno atinge a temperatura de 120°C ?

O forno atinge a temperatura de 120°C após 15 minutos desligado.

b) Qual foi, aproximadamente, a variação de temperatura do forno entre os instantes 20 e 30 minutos?

Aos 20 min após o desligamento do forno, ele atingiu a temperatura de 80°C , aos 30 min, 40°C , portanto, a variação de temperatura foi de $80^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C} = 40^{\circ}\text{C}$.

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

Na resolução de André (Figura 3), podemos identificar que o mesmo conseguiu inter-relacionar de forma satisfatória os aspectos intuitivos, formais e algorítmicos na resolução de ambos os itens.

No item a, André identificou corretamente a escala do eixo “Temperatura (em $^{\circ}\text{C}$)” e conseguiu trabalhar corretamente com essa informação, destacando a linha horizontal que passa pelo 120°C e onde a mesma intersecciona gráfico. Por fim, analisou que o ponto em que ocorre essa interseção está relacionado com o 15 do eixo “Tempo (em minutos)” e, então, concluiu corretamente que o forno atinge a temperatura desejada após 15 minutos que o mesmo foi desligado.

No item b, André, novamente, extrai de forma correta as informações do gráfico, relacionando o instante de 20 minutos com o 80°C e o instante de 30 minutos com o 40°C . Em

seguida, calcula a diferença entre 80 e 40 e concluiu que a temperatura variou 40°C no intervalo dado.

A resolução de André evidencia uma boa interação de aspectos formais, intuitivos e algorítmicos relacionados a análise e interpretação de gráficos. Porém, assim como Paulo, no item b, André não especificou de que forma a temperatura variou no período.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, tivemos o objetivo de identificar as principais dificuldades que os ingressantes do Ensino Médio Técnico apresentam referentes a interpretação gráfica e cálculo de variação, analisando as resoluções com base nas interações entre os aspectos formais, intuitivos e algorítmicos (Fischbein, 1994).

Foram analisadas as resoluções de dois alunos distintos acerca da mesma questão dividida em dois itens. No primeiro item, observou-se que 66,25% dos estudantes obtiveram êxito, enquanto no segundo item, apenas 45% dos participantes acertaram.

O objetivo do primeiro item da questão proposta era extrair corretamente as informações disponíveis no gráfico e com isso concluir quando o forno atingiria a temperatura de 120°C. O segundo item, tinha como objetivo extrair as informações disponíveis no gráfico, evidenciar, com base nesses dados coletados, qual a temperatura no instante 20 minutos e no instante 30 minutos e, então, concluir que, durante o intervalo dado, a temperatura do forno diminuiu 40°C.

De acordo com a interação entre os aspectos intuitivos, formais e algorítmicos, conforme proposto por Fischbein (1994), identificou-se que alguns participantes, como Paulo (figura 1), concentraram-se predominantemente nos aspectos algorítmicos, o que resultou em resoluções incorretas, caracterizadas pela aplicação de algoritmos sem a devida justificativa. Além disso, é importante ressaltar que alguns alunos que obtiveram respostas corretas, como André (figura 3), cometeram equívocos intuitivos que os levaram a negligenciar a análise da variação da temperatura.

Com base nos níveis apresentados por Santos et al. (2021), é possível concluir que os participantes da pesquisa se encontravam em um estágio de transição entre o primeiro e o segundo nível. Essa situação é considerada inesperada, uma vez que, de acordo com a série dos estudantes, esperava-se que eles dominassem o segundo nível.

Santo et al. (2021) sustentam, com base em Curcio (1989), que, para promover um ensino mais abrangente da análise gráfica, é fundamental trabalhar com situações-problema que envolvam gráficos reais, utilizando fontes como jornais, revistas e artigos.

De Siqueira e Beust (2006) enfatizam a importância de utilizar diferentes tipos de gráficos, tanto para que os estudantes desenvolvam habilidades de identificação de escalas e eixos, quanto para a extração correta de dados e para capacitá-los a construir seus próprios gráficos.

As análises das resoluções reiteram as posições defendidas por Fischbein, segundo as quais, para promover um aprendizado adequado e eficaz não só de análise gráfica, como da matemática como um todo, é imprescindível que os aspectos algorítmicos, formais e intuitivos estejam interrelacionados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

SANTOS, Sidney Silva; BARBOSA, Geovane Carlos; LOPES, Celi Espasandin. LEITURA E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS: UMA ANÁLISE SOBRE O ENTENDIMENTO DE ALUNOS DE UM 9.º ANO / READING AND INTERPRETATION OF STATISTICAL GRAPHS: AN ANALYSIS OF THE UNDERSTANDING OF 9TH GRADE STUDENTS. *Revista Dynamis*, [S. l.], v. 27, n. 1, p. 79–100, 2021. DOI: 10.7867/1982-4866.2021v27n1p79-100. Disponível em: <https://ojsrevista.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/8893>. Acesso em: 24 set. 2024.

DE SIQUEIRA, D. A.; BEUST, A. C. O ensino de funções através da interpretação gráfica. *Disciplinarum Scientia | Naturais e Tecnológicas*, Santa Maria (RS, Brasil), v. 9, n. 1, p. 45–66, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/disciplinarumNT/article/view/1235>. Acesso em: 22 set. 2024.

FISCHBEIN, E. **The interaction between the formal, the algorithmic and the intuitive components in a mathematical activity**. In: BIEHLER, R. et al. (Org.) *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1994. p.231-245.